

Exercices en préparation à l'examen

Ces exercices seront corrigés le 17 mai, pour certains une correction ou une référence sera posté sur cette page

1 Exercices avec modelisation

Exercice 2 *Une entreprise fabrique deux modèles de vélos de montagne : le premier modèle est plus abordable et se vend 500 euros l'unité, tandis que l'autre modèle se vend 1000 euros l'unité. Les coûts totaux de fabrication (en euros) sont exprimés par la fonction $c(x, y) = 5x + 5y^2 + \frac{5}{2}xy + 10.000$ où x est le nombre de vélos du modèle à 500 euros et y est le nombre de vélos du modèle à 1000 euros, produits mensuellement. On suppose que chaque vélo produit peut être vendu sur le marché.*

(i) La capacité de production de l'entreprise est de 150 vélos par mois. Trouver la répartition de la production mensuelle permettant de maximiser les profits.

(ii) Le patron de l'entreprise se demande si il devrait acheter des nouvelles machines qui permettent de augmenter la production de vélo par mois. En supposant que on peut négliger le coût de nouvelles machines (car leur coût sera amortisé avec le temps), établir dans quel mesure on devrait augmenter la production (et avec quelle repartition) pour avoir un profit maximal.

Exercice 3 *Vous êtes le directeur financier de la firme SANBON et FILS. Cette entreprise a investi 3000 euros pour mettre au point un nouveau parfum. Le coût de la production est de 3 euros par flacon de 100 mL. L'expert consulté par M. Sanbon père a établi que si la firme consacre x euros en publicité pour son parfum et que le prix de vente d'un flacon est de y euros, la firme vendra exactement $300 + 6\sqrt{x} + 10y$ pièces. La firme SANBON et FILS fixe évidemment x et y de manière à maximiser son profit. En tant que directeur financier, vous voulez déterminer ces valeurs.*

Exercice 4 Trouver le rectangle de périmètre minimale parmi ceux qui ont surface fixée.

5 Exercices simples sans modelisation

Note : ce n'est pas obligatoire de calculer le lignes de niveau, on peut le faire si cela aide ou si cela est nécessaire pour trouver la réponse.

Exercice 6 (i) Établir si les fonctions suivantes admettent

1. $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{(x^2+y^2)}$
2. $f(x, y) = x^2 - y^2e^{(x^2+y^2)}$
3. $f(x, y) = y^2 + xy \ln x$ (définie pour $x > 0$)
4. $f(x, y) = y \cos x$

admet des points de maximum et minimum locaux et globaux sur \mathbb{R}^2 (et dans ce cas les calculer).

(ii) Calculer le maximum et minimum des fonction

1. $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{(x^2+y^2)}$ sur l'ensemble $C = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ et sur le triangle de sommets $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$, $C = (1, 1)$
2. $f(x, y) = x^2 - y^2e^{(x^2-y^2)}$ sur le triangle de sommets $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$, $C = (1, 1)$
3. $f(x, y) = y^2 + xy \ln x$ (définie pour $x > 0$) sur l'ensemble $A = (e^{-4}, e^{-4})$, $B = (1, 1)$, $C = (e^{-4}, 1)$
4. $f(x, y) = y \cos x$ sur le triangle de sommets $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$, $C = (0, 1)$

Exercice 7 Trouver le maximum et minimum de la fonction $f(x, y) = xy$ sur l'ensemble $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$