Université du Sud Toulon-Var **Licence L1**
M21 **24/04/2017**

Contrôle Continu

Il y a **2 exercices et 1 page**.

Justifier toutes les réponses avec des explications claires et concises. Toute réponse sans justification comptera 0 points.

Exercice 1. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x \cos x}{x} & x \geq 1 \\ e^{\sin(\frac{\pi x}{2})} \cos x & -1 < x < 1 \\ \sqrt{x^2 - 1} & x \leq -1 \end{cases}$$

1. Établir pour quelles valeurs de x, la fonction f est continue et pour quelles valeurs elle est dérivable.

2. Écrire le développement limité de f en $x_0 = 0$ à l'ordre 4. En déduire l'équation de la droite tangente en 0 et la position du graphe de f par rapport à la droite tangente.

3. Établir si le graphe de f admet un asymptote pour $x \to +\infty$. Si l'asymptote existe, écrire son equation.
4. Établir si le graphe de f admet un asymptote pour $x \to -\infty$. Si l'asymptote existe, écrire son equation.
5. Peut-on écrire la formule de Taylor en $x_0 = 1$ et en $x_0 = 1$?

Exercice 2. Montrer, *à partir des définitions*, que si f est derivable en x_0, alors elle doit être continue en x_0.
Montrer, avec un exemple, que l'inverse n'est pas vrai.